

УДК 621.315.21

Математическое моделирование электромагнитного поля коаксиального кабеля с двумя металлическими оболочками

В.Д. Лебедев, В.К. Слышалов, Е.С. Зайцев

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация

E-mail: evgeniy1589@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В существующей литературе по расчету электрических параметров высоковольтных кабелей формулы для расчета активных и индуктивных сопротивлений позволяют определять их при частотах тока, близких или равных рабочей частоте. При этом для расчета тепловыделений в переходных режимах, когда содержатся гармоники тока высших порядков, а также для расчета параметров срабатывания релейной защиты необходимо знать электрические характеристики проводящих частей конструкции кабелей при более высоких частотах.

Материалы и методы: Вывод формул для внутренних сопротивлений проводящих элементов конструкции кабеля осуществляется на основе решения уравнений Максвелла для переменного электромагнитного поля. Оценка результатов расчета дана с использованием сравнительного анализа по методике, изложенной в ГОСТ Р МЭК 60287.

Результаты: Получены выражения для внутренних сопротивлений проводящих частей высоковольтного кабеля, которые учитывают поверхностный эффект при частоте тока, значительно превышающей 50 Гц. Дан сравнительный анализ результатов расчета активных сопротивлений проводящих элементов кабеля с результатами расчета сопротивлений по методике, изложенной в ГОСТ Р МЭК 60287.

Выводы: Полученные математические выражения позволяют расширить возможности расчета электрических сопротивлений проводящих элементов высоковольтного кабеля в область частоты тока, превышающей рабочую частоту. Кроме того, в перспективе на их основе можно осуществить оценку расчетов численных моделей электромагнитного поля коаксиального кабеля.

Ключевые слова: высоковольтный силовой кабель, поверхностный эффект, внутреннее активное сопротивление, проводящие элементы конструкции кабеля, переменный ток.

Mathematical modeling of electromagnetic field of a coaxial cable with two metal sheaths

V.D. Lebedev, V.K. Slyshalov, E.S. Zaytsev

Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

E-mail: evgeniy1589@mail.ru

Abstract

Background: The existing literature on calculation of electric parameters of high-voltage cables contains formulas unsuitable for calculation of active and inductive resistance at the current frequencies exceeding the working frequency. Thus, to calculate thermal emissions in transitive modes with higher-order current harmonics and relay protection operation parameters, it is necessary to know the cable conductive layers electric characteristics at higher frequencies.

Materials and methods: The formulas for calculation of internal resistance of cable conductive layers are derived based on solving Maxwell's equations for variable electromagnetic field. The calculation results are compared to those obtained by the technique described in IEC 60287.

Results: We have derived expressions for internal resistance of high-voltage cable conductors which take into account the surface effect at the current frequency considerably exceeding 50 Hz. The results of calculations of active resistance of cable conductive elements coincided with the resistance calculations obtained by the IEC 60287 technique.

Conclusions: The derived mathematical expressions allow us to calculate the electric resistance of high-voltage cable conductive elements at the current frequency exceeding the working frequency. Besides, they can further be used to assess the calculations of numerical models of electromagnetic field of coaxial cables.

Key words: high-voltage power cables, surface effect, internal active resistance, cable conductive layers, alternating current.

Введение. В каталогах кабельной продукции¹ производители предлагают учиты-

вать поверхностный эффект при расчете активного сопротивления жилы переменному току промышленной частоты. Расчет осуществляется по методике, предлагаемой в

¹ Официальный сайт фирмы NKT Cables GmbH [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.nktcables.com/ru/support/download/catalogues-and-brochures/high-voltage-cables/~media/files/nktcables/download%20files/ru/hvcablesystemsru.ashx> (дата обращения 20.09.2013); Официальный сайт фирмы ООО «Камкабель» [Электронный ресурс]. — Режим доступа:

http://www.kamkabel.ru/netcat_files/userfiles/pechatniy%20catalog/podrobniy_kabelniy_katalog/WWW_KATALOG.pdf (дата обращения 20.09.2013).

ГОСТ Р МЭК 60287² и [1], с помощью эмпирической формулы

$$R_0 = R_{0\text{пост}} \left(1 + \frac{x_s^4}{192 + 0,8 \cdot x_s^4} \right), \quad (1)$$

где $x_s = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_{0\text{пост}}}} k_s \cdot 10^{-7}$; $R_{0\text{пост}}$ – сопротивление жилы постоянному току на единицу длины, Ом/м; f – частота переменного тока, Гц; k_s – коэффициент, учитывающий влияние конструкции жилы на проявление поверхностного эффекта, о.е.

При этом в ГОСТ Р МЭК 60287 и [1] отмечено, что использование данной формулы дает хороший результат при слабо выраженном поверхностном эффекте, когда $x_s \leq 2,8$.

Эта методика хорошо подходит для расчета допустимых токовых нагрузок в установившихся режимах работы кабельных линий (КЛ).

На практике существуют случаи, когда в линии присутствуют токи высших гармоник, значительно превышающие по своей амплитуде ток рабочей частоты, например: короткие замыкания, грозовые перенапряжения и другие электромагнитные переходные процессы. Для решения задач по определению температуры внутренних слоев кабеля и определению его термической стойкости при выделении теплоты важно знать распределение токов внутри токопроводящих элементов в указанных режимах. Это приводит к необходимости расчета электромагнитного поля в сечении кабельной линии.

Для выполнения таких расчетов целесообразно использовать программные комплексы, осуществляющие расчет полей методом конечных элементов, так как они являются наиболее универсальным средством решения задач этого рода. Однако при их использовании встает вопрос о достоверности и точности полученных результатов, которые, в свою очередь, зависят, в том числе, от настраиваемых параметров модели (плотность сетки конечных элементов, граничные условия и прочее).

Поэтому предлагается аналитически рассчитать электромагнитное поле в сечении коаксиального кабеля и определить частотные характеристики проводящих элементов его конструкции, что позволит в дальнейшем осуществить оценку подобных расчетов электромагнитного поля численным методом.

Подобная задача была рассмотрена в [3], где авторы определяли матрицу продольных последовательных сопротивлений коаксиального кабеля на основе электромагнитной теории коаксиальных линий передачи

С.А. Щелкунова [2]. Но применение этой методики к расчету тепловыделений в кабеле затруднительно ввиду того, что в основе теории С.А. Щелкунова лежит вывод формул поверхностных и взаимных сопротивлений проводящих элементов конструкции кабеля, а в данном случае требуются внутренние сопротивления этих элементов.

Постановка задачи. Наибольшее распространение получили кабели, содержащие в качестве токонесущих элементов жилу и проводящую оболочку – экран. Для таких кабелей методика расчета отражена в технической литературе, в частности в работах М.В. Дмитриева и Г.А. Евдокунина [4–7]. Для кабельных линий, прокладываемых в особых условиях (например, по дну водоема), часто используют бронированный кабель с двумя токопроводящими экранами, поэтому практический интерес представляет исследование конструкции, состоящей из шести слоев. Общий вид конструкции приведен на рис. 1.

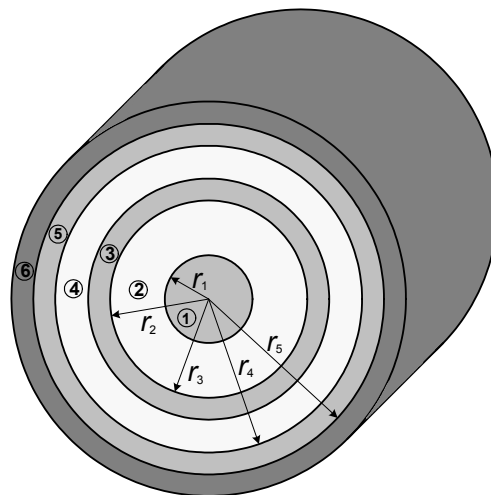


Рис. 1. Геометрическая конструкция кабеля с двумя металлическими оболочками: 1, 3, 5 – металлические немагнитные проводящие слои; 2, 4, 6 – диэлектрические изоляционные оболочки

Исходными данными для решения задачи являются: геометрические параметры кабеля; физические свойства его материалов, в том числе проводимость токопроводящих слоев. Также будем считать известными токи во всех металлических частях конструкции (i_1 , i_3 , i_5), определяемые изначально нагрузочным режимом, схемой соединения экранов и геометрией расположения кабелей по отношению друг к другу.

Принятые допущения:

1. Однофазный кабель будем считать уединенным, так как на практике при прокладке кабельной линии по дну водоема ее фазы, как правило, разносят на достаточно большое расстояние, чтобы снизить их тепловое воздействие друг на друга. В связи с этим эффект близости будет минимальным.

² ГОСТ Р МЭК 60287 Кабели электрические. Расчет номинального тока. Часть 1–1. Уравнения для расчета номинальной токовой нагрузки (100 %-ный коэффициент нагрузки) и расчет потерь. Общие положения. Введ. 2009 г. С. 7–8.

2. Проводимость грунта принимаем равной нулю ввиду того, что токи, наведенные в грунте, из-за их малости практически не влияют на распределение плотности тока в проводящих частях самого кабеля.

3. Токи смещения не учитываем.

Модель электромагнитного поля в проводящих элементах конструкции кабеля. Исходными для областей 1, 3, 5 (рис. 1) являются уравнения Максвелла, которые представляются в виде функций комплексного переменного для электромагнитного поля, синусоидального во времени:

$$\operatorname{rot} \dot{H}_i = \dot{\delta}_i; \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \dot{E}_i = -j\omega\mu_a \dot{H}_i; \quad (3)$$

$$\dot{E}_i = \frac{\dot{\delta}_i}{\gamma_i}, \quad (4)$$

где $\dot{H}$, $\dot{E}$ – векторы напряженностей магнитного и электрического полей соответственно, А/м, В/м; $\dot{\delta}$ – векторы плотностей тока, А/м²; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; γ – удельная проводимость, См/м; $i = 1, 3, 5$ – номер проводящей области.

В [8] рассмотрена методика получения системы дифференциальных уравнений Бесселя из уравнений (2)–(4) для напряженности магнитного поля и плотности тока в цилиндрическом проводнике. Применение этой методики для слоев 3 и 5 позволяет получить уравнения, аналогичные полученным в [8], что, в свою очередь, позволяет применить эту систему уравнений для любого числа слоев цилиндрической конструкции:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \dot{H}_i}{d(k_i r)^2} + \frac{1}{k_i r} \frac{d \dot{H}_i}{d(k_i r)} + \left(1 - \frac{1}{(k_i r)^2}\right) \dot{H}_i &= 0, \\ \frac{d^2 \dot{\delta}_i}{d(k_i r)^2} + \frac{1}{k_i r} \frac{d \dot{\delta}_i}{d(k_i r)} + \dot{\delta}_i &= 0, \\ k_i &= \sqrt{-j\omega\mu_a \gamma_i}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решения уравнений (5) для трех проводящих областей имеют вид:

$$\dot{H}_i(r) = A_i^1 J^1(k_i r) + B_i^1 N^1(k_i r); \quad (6)$$

$$\dot{\delta}_i(r) = A_i^0 J^0(k_i r) + B_i^0 N^0(k_i r), \quad (7)$$

где $A_i^{0,1}$ и $B_i^{0,1}$ ($i = 1, 3, 5$) – постоянные коэффициенты интегрирования; $J^{0,1}(k_i r)$ и $N^{0,1}(k_i r)$ – функции Бесселя первого и второго рода соответственно (верхний индекс обозначает порядок функций).

Из закона полного тока и симметрии поля вытекают условия на границах проводящих областей для напряженности магнитного поля:

$$H_1(0) = 0; \quad \dot{H}_1(r_1) = \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_1};$$

$$\dot{H}_3(r_2) = \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_2}; \quad \dot{H}_3(r_3) = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3}{2\pi r_3};$$

$$\dot{H}_5(r_4) = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3}{2\pi r_4}; \quad \dot{H}_5(r_5) = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5}{2\pi r_5}.$$

С помощью указанных граничных условий для уравнения (6) подлежат определению шесть постоянных интегрирования $A_i^{0,1}$ и $B_i^{0,1}$ ($i = 1, 3, 5$).

Для их определения необходимо составить систему линейных уравнений для каждой проводящей области:

$$\left. \begin{aligned} A_1^1 J^1(k_1 \cdot 0) + B_1^1 N^1(k_1 \cdot 0) &= 0, \\ A_1^1 J^1(k_1 r_1) + B_1^1 N^1(k_1 r_1) &= \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_1}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} A_3^1 J^1(k_3 r_2) + B_3^1 N^1(k_3 r_2) &= \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_2}, \\ A_3^1 J^1(k_3 r_3) + B_3^1 N^1(k_3 r_3) &= \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3}{2\pi r_3}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} A_5^1 J^1(k_5 r_4) + B_5^1 N^1(k_5 r_4) &= \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3}{2\pi r_4}, \\ A_5^1 J^1(k_5 r_5) + B_5^1 N^1(k_5 r_5) &= \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5}{2\pi r_5}. \end{aligned} \right\}$$

После математических преобразований получим выражения для постоянных интегрирования:

$$A_1^1 = \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_1 J^1(k_1 r_1)}; \quad B_1^1 = 0;$$

$$A_3^1 = \frac{1}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(\dot{I}_1 R_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \times \right. \\ \left. \times \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right);$$

$$B_3^1 = \frac{\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2)}{2\pi r_2 r_3 m_3};$$

$$m_3 = \left(J^1(k_3 r_2) N^1(k_3 r_3) - N^1(k_3 r_2) J^1(k_3 r_3) \right);$$

$$A_5^1 = \frac{1}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_4} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) r_5 m_4 - N^1(k_5 r_4) \times \right. \\ \left. \times \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right);$$

$$B_5^1 = \frac{(\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4)}{2\pi r_4 r_5 m_4};$$

$$m_4 = \left(J^1(k_5 r_4) N^1(k_5 r_5) - N^1(k_5 r_4) J^1(k_5 r_5) \right).$$

Окончательные выражения для напряженностей магнитного поля в рассматриваемых областях примут следующий вид:

$$\dot{H}_1(r) = \frac{\dot{I}_1 J^1(k_1 r)}{2\pi r_1 J^1(k_1 r_1)}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_3(r) &= \frac{J^1(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(\dot{I}_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \times \right. \\ &\times \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) + \\ &+ \frac{N^1(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 m_3} \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \right. \\ &\left. \left. + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_5(r) = & \frac{J^1(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_4} \left((i_1 + i_3) r_5 m_4 - N^1(k_5 r_4) \times \right. \\ & \times \left((i_1 + i_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + i_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) + \\ & + \frac{N^1(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 m_4} \left((i_1 + i_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + \right. \\ & \left. \left. + i_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Чтобы найти зависимость $\dot{\delta}_i(r)$, запишем выражение ротора напряженности электрического поля в цилиндрической системе координат для уравнения (3). С учетом зависимости (4) получим

$$\dot{H}_i = -\frac{1}{k_i^2} \frac{d\dot{\delta}_i}{dr} = -\frac{1}{k_i} \frac{d\dot{\delta}_i}{d(k_i r)}. \quad (11)$$

Поле подстановки правой части уравнения (7) в уравнение (11) вместо $\dot{\delta}_i$ и дифференцирования полученного выражения получим уравнение для напряженности магнитного поля:

$$\dot{H}_i(r) = \frac{A_i^0}{k_i} J^1(k_i r) + \frac{B_i^0}{k_i} N^1(k_i r),$$

откуда

$$A_i^0 = k_i \cdot A_i^1; B_i^0 = k_i \cdot B_i^1.$$

Тогда уравнения для плотности тока в проводящих слоях примут следующий вид:

$$\dot{\delta}_1(r) = \frac{k_1 J^0(k_1 r)}{2\pi r_1 J^1(k_1 r_1)}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_3(r) = & \frac{k_3 J^0(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(i_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \times \right. \\ & \times \left(i_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + i_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) + \\ & + \frac{k_3 N^0(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 m_3} \left(i_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + \right. \\ & \left. + i_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_5(r) = & \frac{k_5 J^0(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_4} \left((i_1 + i_2) r_5 m_4 - N^1(k_5 r_4) \times \right. \\ & \times \left((i_1 + i_2) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + i_3 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) + \\ & + \frac{k_5 N^0(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 m_4} \left((i_1 + i_2) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + \right. \\ & \left. + i_3 r_4 J^1(k_5 r_4) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Для определения параметров проводящих элементов конструкции, изображенной на рис. 1, воспользуемся методикой, изложенной в [9]. В соответствии с ней, комплексные сопротивления проводящих элементов конструкции можно определить, используя теорему Умова-Пойнтинга:

$$Z_{0,i} = \frac{\oint_{S_i} \vec{H}_i dS}{I_i^2}, \quad (15)$$

где

$$-\oint_{S_i} \vec{H}_i dS = -\oint_{S_i} \left[\vec{E}_i \vec{H}_i \right] ds. \quad (16)$$

Здесь $Z_{0,i}$ – комплекс сопротивления проводящего элемента конструкции на единицу длины (1 м), Ом/м; $\vec{H}_i$ – комплекс вектора Пойнтинга на границе проводящей области, В·А/м²; S_i – площадь замкнутой поверхности проводящего элемента конструкции, м².

Выражение (16) представляет собой поток вектора Пойнтинга через замкнутую поверхность проводящих элементов конструкции. При дальнейших выкладках нужно учитывать, что вектор $\vec{H}_i$ в проводящих слоях направлен радиально для рассматриваемой конструкции, поэтому его поток через поперечное сечение проводящих элементов равен нулю.

Подставив найденные выражения плотности тока и напряженности магнитного поля (8)–(10), (12)–(14) в (15)–(16), с учетом (4) находим:

$$Z_{0,1} = \frac{k_1}{2\pi r_1 \gamma_1} \cdot \frac{J^0(k_1 r_1)}{J^1(k_1 r_1)}; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} Z_{0,3} = & \frac{k_3}{I_3^2 2\pi r_2 r_3 \gamma_3 m_3} \left[\frac{1}{J^1(k_3 r_2)} \left[i_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \times \right. \right. \\ & \times \left(i_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + i_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) + \\ & \times \left[(i_1 + i_3) J^0(k_3 r_3) - i_1 J^0(k_3 r_2) \right] + \\ & + \left(i_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + \right. \\ & \left. + i_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \left[(i_1 + i_3) N^0(k_3 r_3) - i_1 N^0(k_3 r_2) \right] \left. \right]; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Z_{0,5} = & \frac{k_5}{I_5^2 2\pi r_4 r_5 \gamma_5 m_5} \left[\frac{1}{J^1(k_5 r_4)} \left[(i_1 + i_2) r_5 m_5 - N^1(k_5 r_4) \times \right. \right. \\ & \times \left((i_1 + i_2) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + i_3 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) + \\ & \times \left[(i_1 + i_3 + i_5) J^0(k_5 r_5) - (i_1 + i_3) J^0(k_5 r_4) \right] + \\ & + \left((i_1 + i_2) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + i_3 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \times \\ & \times \left[(i_1 + i_3 + i_5) N^0(k_5 r_5) - (i_1 + i_3) N^0(k_5 r_4) \right] \left. \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Проверку расчетов можно выполнить, составив баланс активной мощности для каждого проводящего элемента:

$$P_{0,i} = \operatorname{Re}(Z_{0,i}) \cdot I_i^2 = \frac{2\pi}{\gamma_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \delta_i(r)^2 r \cdot dr, \quad (20)$$

где $P_{0,i}$ – активная мощность, выделяющаяся в проводящем слое на единицу длины (1 м), Вт/м.

Пример расчета частотных характеристик подводного бронированного кабеля. В табл. 1 представлены характеристики проводящих слоев кабеля марки HXLKCSJ-W 1x2000 330kВ (производитель – Prysmian Cables and Systems).

Таблица 1. Характеристики проводящих слоев кабеля

Характеристики	№ области		
	1	3	5
	Материал		
	Медь	Свинец	Медь
Наружный радиус R_i , м	0,02665	0,059	0,0675
Внутренний радиус R_{i-1} , м	0	0,0563	0,0625
Абсолютная магнитная проницаемость $\mu_{\text{вн}}$, Гн/м	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$
Удельная электрическая проводимость γ_i , См/м	$5,81 \cdot 10^7$	$4,81 \cdot 10^6$	$5,81 \cdot 10^7$

В соответствии с постановкой задачи, токи в металлических частях конструкции заданы следующим образом:

$$i_1 = 1 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А}; i_3 = 0,6 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ А}; i_5 = 0,4 \cdot e^{j60^\circ} \text{ А}.$$

Распределение плотности тока в каждой оболочке определяем по формулам (12)–(14). Результаты расчетов при частоте тока 50 Гц приведены на рис. 2.

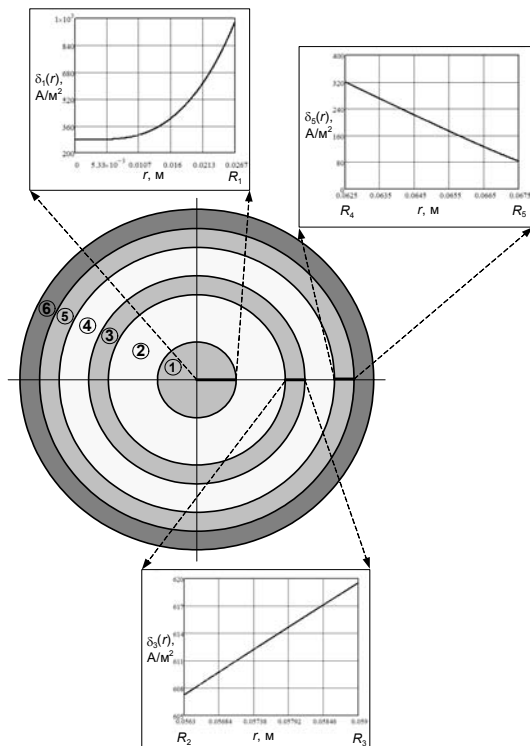


Рис. 2. Графики распределения плотности тока в проводящих слоях конструкции кабеля

Используя формулы (17)–(19), вычисляем комплексы внутренних сопротивлений проводящих элементов для частоты тока 50 Гц:

$$Z_{0,1} = (1,305 + j1,07) \cdot 10^{-5} = 1,687 \cdot 10^{-5} \cdot e^{j39,34^\circ} \text{ Ом/м};$$

$$Z_{0,3} = (212,6 + j6,719) \cdot 10^{-6} = 2,127 \cdot 10^{-4} \cdot e^{j1,8^\circ} \text{ Ом/м};$$

$$Z_{0,5} = (9,525 + j23,28) \cdot 10^{-6} = 2,515 \cdot 10^{-5} \cdot e^{j67,75^\circ} \text{ Ом/м}.$$

Проверку вычислений осуществим с помощью уравнения баланса активной мощности (20):

$$P_{0,1} = \operatorname{Re}(Z_{0,1}) I_1^2 = 6,524 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м};$$

$$P_{0,3} = \operatorname{Re}(Z_{0,3}) I_3^2 = 3,826 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м};$$

$$P_{0,5} = \operatorname{Re}(Z_{0,5}) I_5^2 = 7,62 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м};$$

$$P_{0,1}^* = \frac{2\pi}{\gamma_1} \int_0^{r_1} \delta_1(r)^2 r \cdot dr = 6,524 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м};$$

$$P_{0,3}^* = \frac{2\pi}{\gamma_3} \int_{r_2}^{r_3} \delta_3(r)^2 r \cdot dr = 3,826 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м};$$

$$P_{0,5}^* = \frac{2\pi}{\gamma_5} \int_{r_4}^{r_5} \delta_5(r)^2 r \cdot dr = 7,62 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м}.$$

Активные сопротивления переменному току промышленной частоты можно вычислить с помощью формулы (1). При этом необходимо учесть, что k_s для полых проводников необходимо вычислять по формуле³

$$k_s = \frac{r_i - r_{i-1}}{r_i + r_{i-1}} \left(\frac{r_i + 2r_{i-1}}{r_i + r_{i-1}} \right)^2, \quad (21)$$

где r_i – наружный радиус полого проводника, м; r_{i-1} – внутренний радиус полого проводника, м.

Тогда величины активных сопротивлений проводящих элементов конструкции кабеля 1,3,5 будут иметь следующие значения:

$$R_{0,1}^* = 1,278 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м};$$

$$R_{0,3}^* = 2,126 \cdot 10^{-4} \text{ Ом/м};$$

$$R_{0,5}^* = 8,498 \cdot 10^{-6} \text{ Ом/м}.$$

Анализ результатов расчета показывает, что активные сопротивления проводников 1 и 3 практически совпадают с рассчитанными по формуле (19), но для пятого проводящего слоя есть значительное расхождение в значениях активного сопротивления. В данном случае формула (1) дает погрешность:

$$\varepsilon_5 = \frac{R_{0,5} - R_{0,5}^*}{R_{0,5}} 100\% = \frac{(9,525 - 8,498) 10^{-6}}{9,525 \cdot 10^{-6}} 100\% = 10,8\%.$$

Вызвано это тем, что в формуле (1) не учитывается увеличение сопротивления за счет смещения тока в полой проводнике от действия переменного магнитного поля проводников, находящихся внутри рассматриваемого, так как эта формула предназначена для расчета сопротивления жил. Поэтому если для формулы (19) токи в проводниках 1 и 3 принять равными нулю ($i_1 = 0$, $i_3 = 0$), то

$$R_{0,5} = \operatorname{Re}(Z_{0,5}) = 8,4877 \cdot 10^{-6} \text{ Ом/м}.$$

Значение $R_{0,5}$ совпадает с $R_{0,5}^*$ до второй значащей цифры после запятой.

³ ГОСТ Р МЭК 60287 Кабели электрические. Расчет номинального тока. Часть 1–1. Уравнения для расчета номинальной токовой нагрузки (100 %-ный коэффициент нагрузки) и расчет потерь. Общие положения. Введ. 2009 г. С. 7–8.

Графики зависимостей сопротивлений от частоты тока, рассчитанные по формулам (1), (17)–(19), приведены на рис. 3–5.

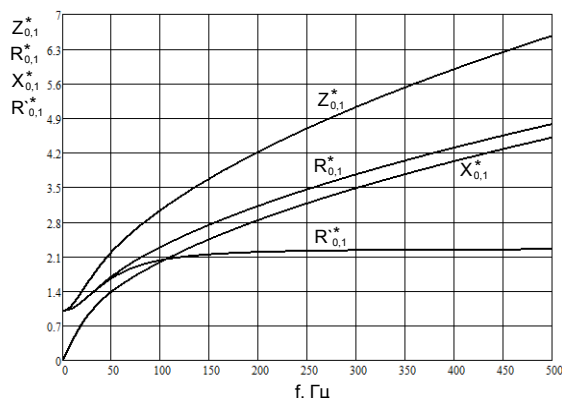


Рис. 3. Частотные характеристики области 1

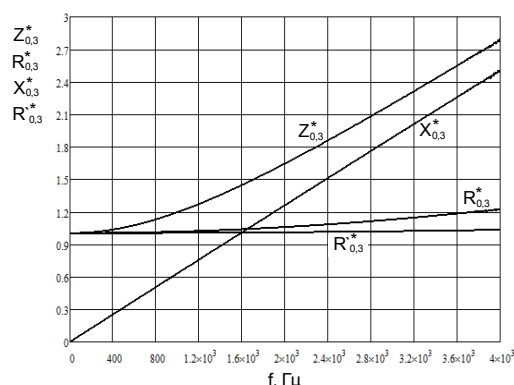


Рис. 4. Частотные характеристики области 3

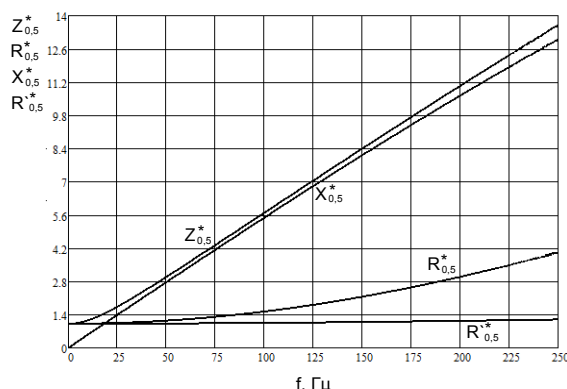


Рис. 5. Частотные характеристики области 5

Величины, представленные на графиках (рис. 3–5), определялись в отношении к активному сопротивлению постоянному току для каждого проводящего слоя:

$$Z_{0,i}^* = \frac{Z_{0,i}}{R_{0,i}^{пост}}; \quad R_{0,i}^* = \frac{R_{0,i}}{R_{0,i}^{пост}}; \quad X_{0,i}^* = \frac{X_{0,i}}{R_{0,i}^{пост}};$$

$$R_{0,i}^* = \frac{R_{0,i}}{R_{0,i}^{пост}}.$$

Заключение

Анализ построенных графиков позволяет сделать следующие заключения:

1. Рост указанных выше сопротивлений при увеличении частоты тока в значительной степени зависит от проводимости материала. Так, сопротивление свинцовой оболочки 3 увеличивается на 20 % только на частоте $\approx 3,6$ кГц, в то время как у других проводящих слоев этот эффект наблюдается уже в пределах 100 Гц.

2. Поверхностный эффект при частоте 50 Гц наиболее ярко выражен в центральном проводнике 1 и приводит к увеличению активного сопротивления и потерь активной мощности на 69 %, в отличие от медной оболочки 5, где увеличение составляет 13 %.

3. В табл. 2 представлены пределы частоты тока, при которых расчет активных сопротивлений по формулам (17)–(19) отличается не более чем на 5 % от расчета с помощью эмпирической формулы (1) для соответствующих проводников.

Таблица 2. Условия совпадения расчетов по частоте

Номер проводящей области	Пределы частоты
1	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 88 \text{ Гц}$
3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 2,9 \text{ кГц}$
5 с учетом токов I_1 и I_3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 46 \text{ Гц}$
5 без учета токов I_1 и I_3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 575 \text{ Гц}$

Анализ приведенных данных позволяет сделать вывод о совпадении результатов расчета активных сопротивлений по формулам (17)–(19) с результатами расчетов сопротивлений по методике, предложенной в ГОСТ Р МЭК 60287 и [1] для рабочей частоты тока, что говорит о корректности рассмотренной математической модели.

4. На основе полученного аналитического решения можно произвести проверку численного решения аналогичной задачи методом конечных элементов, который является более универсальным и позволяет рассмотреть более сложные варианты конструкции кабелей и кабельных линий.

Список литературы

1. Основы кабельной техники: учебник для вузов / В.М. Леонов, И.Б. Пешков, И.Б. Рязанов, С.Д. Холодный; под ред. И.Б. Пешкова. – М.: Изд. центр «Академия», 2006. – 432 с.
2. Schelkunoff S.A. The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields // Bell system technical journal. – 1934. – № 13.
3. Cable Systems Electrical Characteristics. Technical Brochure № 531 – Final Draft. CIGRE Working Group B1.30. April 2013.
4. Дмитриев М.В., Евдокунин Г.А. Однофазные силовые кабели 6–500 кВ. Расчет заземления экранов // Новости ЭлектроТехники. – 2007. – № 2(44).
5. Дмитриев М.В., Евдокунин Г.А. Однофазные силовые кабели 6–500 кВ. Расчет термической стойкости экранов при КЗ // Новости ЭлектроТехники. – 2008. – № 2(50).

6. **Дмитриев М.В.** Выбор сечения экранов однофазных силовых кабелей // КАБЕЛЬ-news. – 2009. – № 5(50). – С. 68–73.

7. **Дмитриев М.В.** Заземление экранов однофазных силовых кабелей 6–500 кВ. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 154 с.

8. **Теоретические** основы электротехники: учебник для вузов. В 3 т. Т. 3. – 4-е изд. / К.С. Димерчан, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2004. – С. 254–257.

9. **Теоретические** основы электротехники / под ред. Г.И. Атабекова. Ч. 2. Нелинейные цепи. Ч. 3. Электромагнитное поле. – М.; Л.: Изд-во «Энергия», 1966. – 280 с.

References

1. Leonov, V.M., Peshkov, I.B., Ryazanov, I.B., Kholodnyy, S.D. *Osnovy kabel'noy tekhniki* [Fundamentals of cable engineering]. Moscow, Izdatel'skiy tsentr «Akademiya», 2006. 432 p.

2. Schelkunoff, S.A. The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields. Bell system technical journal, 1934, no. 13.

3. Cable Systems Electrical Characteristics. Technical Brochure № 531 – Final Draft. CIGRE Working Group B1.30. April 2013.

4. Dmitriev, M.V., Evdokunin, G.A. Odnofaznye silovye kabeli 6–500 kV. Raschet zazemleniya ekranov [6–500 kV single-phase power cables. Shield grounding calculation]. *Novosti ElektroTekhniki*, 2007, no. 2(44).

5. Dmitriev, M.V., Evdokunin, G.A. Odnofaznye silovye kabeli 6–500 kV. Raschet termicheskoy stoykosti ekranov pri KZ [6–500 kV single-phase power cables. Calculation of shield thermal short-circuit strength]. *Novosti ElektroTekhniki*, 2008, no. 2(50).

6. Dmitriev, M.V. Vybór secheniya ekranov odnofaznykh silovykh kabeley [Choice of single phase power cable shield cross-section]. *KABEL'-news*, 2009, № 5(50), pp. 68–73.

7. Dmitriev, M.V. *Zazemlenie ekranov odnofaznykh silovykh kabeley 6–500 kV* [6–500 kV single-phase power cable grounding]. Saint-Petersburg, Izdatel'stvo Politekhnicheskogo universiteta, 2010. 154 p.

8. Dimerchan, K.S., Neyman, L.R., Korovkin, N.V., Chechurin, V.L. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theoretical basics of electrical engineering: university study guide]. Saint-Petersburg, Piter, 2004, vol. 3, pp. 254–257.

9. Atabekov, G.I. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. Ch. 2. Nelineynye tsepi. Ch. 3. Elektromagnitnoe pole* [Theoretical basics of electrical engineering]. Moscow; Leningrad, Izdatel'stvo «Energia», 1966, pp. 223–228.

Лебедев Владимир Дмитриевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой автоматического управления электроэнергетическими системами,
телефон (4932) 26-99-04,
e-mail: vd_lebedev@mail.ru

Слышалов Владимир Константинович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры электрических систем,
телефон (4932) 26-19-21.

Зайцев Евгений Сергеевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами,
e-mail: evgeniy1589@mail.ru