

УДК 697.4:519.8

Оптимизация режимов функционирования теплоснабжающих сетей по критерию минимизации энергетических затрат

М.Х. Прилуцкий, К.И. Дикарев
ФГАОУВО «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»,
г. Нижний Новгород, Российская Федерация
E-mail: dicar@rambler.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Существующие методы и подходы к оптимизации гидравлических режимов теплоснабжающих систем ориентированы в основном на насосные установки с нерегулируемым приводом. В рамках таких подходов выбор режимов теплоснабжающих систем выполняется посредством включения или отключения некоторых насосов сетевой воды, а также выбором геометрических параметров труб. Это приводит к постановке дискретных задач оптимизации. Оптимальные режимы определяются, как правило, на основе решения таких задач методом динамического программирования, который требует существенных вычислительных затрат для задач с большим числом элементов. Применяющиеся методы поиска оптимальных режимов систем теплоснабжения не адаптированы для использования потенциала высокопроизводительных вычислительных систем. Повсеместное внедрение регулируемого привода при функционировании теплоснабжающих систем позволяет осуществлять более эффективное управление ими. В связи с этим актуальной является разработка методов поиска оптимальных режимов для фрагментов систем теплоснабжения, оборудованных насосами с регулируемым приводом. В качестве задач исследования выступают разработка математической модели распределения ресурса в иерархических системах с активными элементами, адаптация данной модели для систем теплоснабжения с насосами в качестве активных элементов в постановке задачи выбора оптимального режима и разработке алгоритма ее решения.

Материалы и методы: Постановка задач минимизации энергетических затрат на работу фрагментов систем теплоснабжения осуществлена на основе теории графов, сетевого планирования, линейного и дискретного программирования.

Результаты: Построена математическая модель распределения теплоносителя внутри фрагментов системы теплоснабжения. Поставлена задача минимизации затрат на работу указанной системы по суммарной мощности, потребляемой на регулируемых электрических приводах насосов сетевой воды. Предложен итерационный алгоритм решения указанной задачи. Приведен пример решения задачи оптимизации режима повысительной насосной станции теплоснабжающей сети с параллельной схемой соединения насосов. Показано, что алгоритм может быть успешно использован для решения задач планирования режимов теплофикационных установок или повысительных насосных станций с применением высокопроизводительной вычислительной техники.

Выводы: Использование полученных результатов направлено на повышение эффективности функционирования элементов теплоснабжающих систем на этапе их планирования и проектирования. На основе предлагаемого подхода получено решение ряда гипотетических задач поиска эффективных режимов работы фрагментов отопительных сетей. На основании анализа разработанных методов и алгоритмов, выполненного экспертами ОАО «НИИЭС», сделано заключение о возможности их использования при определении эффективных режимов систем теплоснабжения.

Ключевые слова: система теплоснабжения, математическое моделирование, поиск оптимальных режимов, иерархическая система, активные/пассивные элементы, насосы, трубопроводы сетевой воды, теплофикационная установка.

Optimization of heat-supplying network operation modes using the criterion of power consumption minimization

M.Kh. Prilutskii, K. I. Dikarev
Lobachevsky State University of Nizhniy Novgorod, Nizhniy Novgorod, Russian Federation
E-mail: dicar@rambler.ru

Abstract

Background: The existing approaches to the optimization of hydraulic modes of heat-supplying systems are usually applied to pump units with uncontrolled drives. The operation modes of heat-supplying systems are chosen in this case by switching on and off some of the heating water pumps and by selecting pipes with suitable geometric parameters. This fact indicates the necessity to solve discrete optimization problems. As a rule, optimal modes are determined by solving such problems by the method of dynamic programming that requires essential computational costs to solve multi-element problems. The methods used now to find the optimal modes of heat-supplying systems operation cannot use the full potential of high-performance computing systems. Ubiquitous use of adjustable drives in heat-supplying systems enables a more efficient control of the latter. Therefore, an urgent task is to develop methods of finding the optimal modes for the heat-supplying systems components equipped with adjustable drive pumps. This study solves the following problems: development of a mathematical model of resource distribution in hierarchical systems with active elements, adjustment of this model to the heat-supplying systems with pumps as active elements of the optimal mode problem statement and its solution algorithm development.

Materials and methods: The problem of energy consumption minimization in heat-supplying systems is formulated based on graph theory, network planning, linear and discrete programming.

Results: A mathematical model of heat carrier fluid distribution inside the elements of heat-supplying systems has been developed. The problem of cost-minimization in heat-supplying system operation has been formulated according to the total electric power consumption by heating water pump drives. An iterative algorithm has been suggested to solve this problem. The paper represents an example of solving the mode optimization problem for a step-up pumping station of a heat-supplying network with parallel pump connection. It has been proved that the algorithm under consideration can be used to solve the problems of planning the operation modes of heating units and pumping stations on high performance computers.

Conclusions: The obtained results can be used to improve the efficiency of heat-supplying system elements at the planning and design stages. A number of hypothetical problems aimed at finding effective operation modes of heating system elements have been solved by the developed method. Based on the analysis of the developed methods made by the experts from OAO "NIIES" (Scientific Research Institute of Energy Structures), it has been concluded that the methods can be used to determine the efficient mode of heating system operation.

Key words: heat-supplying system, mathematical simulation, optimal mode selection, hierarchical system, active/passive elements, pumps, heating water pipelines, heating unit.

Одной из актуальных задач топливно-энергетического комплекса является проблема снижения финансовых и энергетических затрат на функционирование сложных производственных объектов, среди которых наиболее важное место занимают системы теплоснабжения объектов промышленного и гражданского строительства.

Проблеме оптимальности и эффективности режимов систем теплоснабжения посвящено довольно много научных публикаций. Так, монография [1] посвящена гидравлическому расчету и поиску оптимальных режимов при проектировании и модернизации теплоснабжающих систем населенных пунктов. В [2] предлагается решение задачи оптимального управления режимами теплофикационной установки ТЭЦ.

Следует отметить, что большинство научно-технических работ по математическому моделированию и оптимизации теплоэнергетических систем связано с оптимизацией конфигурации и структуры участков теплоснабжающих сетей [1], в рамках которых насосы сетевой воды имеют строго определенную рабочую точку. Регулирование режимов подобных сетевых систем обеспечивается не электроприводом с регулируемой скоростью вращения вала, а включением/отключением насосных единиц или же применением дросселирования и перепуска.

Так, в рамках рассмотренной в [2] теплофикационной установки ТЭЦ применяются центробежные насосы с нерегулируемыми электроприводами, в связи с чем точное обеспечение заданного значения давления в выходном коллекторе теплофикационной установки трудно реализуемо. При рассмотрении данной задачи ставилось условие поддержания давления выходного коллектора теплофикационной установки на уровне значения, не менее заданного. Из допустимых вариантов выбирался оптимальный вариант по критерию минимизации мощности, потребляемой на валах насосов.

С другой стороны, применение регулируемого электропривода для энергетических насосов на объектах центрального отопления и теплоснабжения позволяет существенно повысить

безопасность и эффективность эксплуатации и расширить диапазон рабочих параметров теплоснабжающих систем. Существует ряд документов и публикаций, указывающих на необходимость внедрения и эксплуатации регулируемого электропривода на насосных станциях тепловых сетей [3, 4].

Ниже предлагается подход, основанный на представлении фрагментов сетей теплоснабжения как иерархических систем, связанных с передачей и распределением континуального ресурса – сетевой воды. При этом иерархическая система представляется как совокупность активных и пассивных элементов.

Активные элементы, в качестве которых выступают сетевые и повышающие насосы с регулируемыми электрическими приводами, позволяют, в зависимости от выбранного управления, реализовывать в сети различные параметры теплоносителя с соответствующими затратами. Таким образом моделируется функционирование регулируемого привода, что позволяет осуществлять поиск оптимальных режимов систем теплоснабжения.

В пассивных элементах системы, например в трубопроводах сетевой воды, управляющие параметры и стоимости функционирования не определены и реализуемые параметры теплоносителя на их выходах однозначно определяются параметрами на входах.

Описываемый подход применим в целом к классу сложных технических объектов, имеющих структуру иерархических систем, и позволяет выполнять постановку и решение в рамках приемлемого вычислительного времени оптимизационных задач, связанных с их эффективной работой [5]. В рассматриваемом случае в качестве таких объектов выступают фрагменты систем центрального отопления, например теплофикационные установки ТЭЦ и повысительные станции тепловых сетей.

Ниже рассматривается алгоритм решения оптимизационной задачи, связанной с поиском оптимального по энергетическим затратам режима фрагмента системы теплоснабжения, а также описываются результаты решения для случая оптимизации режимов работы повысительной станции с пятью насосами сетевой воды, соединенными по параллельной схеме.

Опишем общую математическую модель распределения ресурса в иерархических системах с активными и пассивными элементами и постановку задачи поиска оптимальных режимов ее функционирования [5]. Пусть рассматривается иерархическая система, моделируемая связным взвешенным ориентированным графом без петель и контуров, где вершины графа определяют элементы системы, а дуги – связи между элементами. Элементы системы соответствуют элементам реальных технических устройств и инженерных сетей, осуществляющих транспорт распределяемого континуального ресурса.

Пусть $G = (V, A)$, где $A \subseteq V^2$ – ориентированный граф без петель и контуров. Множество вершин графа V соответствует элементам системы, множество дуг A – связям между ними. Через V^a и V^p обозначим соответственно множество активных и пассивных элементов системы, а через V^{bx} и V^{bvx} – множество входных и выходных элементов: $V^a \subseteq V$, $V^p \subseteq V$, $V^a \cup V^p = V$, $V^a \cap V^p = \emptyset$, $V^{bx} \subseteq V$, $V^{bvx} \subseteq V$. Через $K(v)$ обозначим множество элементов, непосредственно предшествующих элементу v , $v \in V$.

Пусть I – множество характеристик системы; U^v – множество допустимых управлений (векторов), соответствующих элементу v , $v \in V^a$; $\bar{w}^v$ – вектор, определяющий значения характеристик на входе v -го элемента системы, $v \in V$, $\bar{w}^v \in R^{|I|}$; W_i^v и Q_i^v – минимальные и максимальные возможные значения характеристики i на входе v -го элемента системы, а H_i^v и S_i^v – минимальные и максимальные возможные значения характеристики i на выходе v -го элемента системы: $0 \leq W_i^v \leq Q_i^v$, $0 \leq H_i^v \leq S_i^v$, $i \in I$, $v \in V$; $\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v, \delta)$ – вектор-функция, преобразующая входные характеристики элемента v в его выходные характеристики под воздействием допустимых управлений $\bar{u}^v$: $\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v, \delta) \in R^{|I|}$, где δ – параметр, принимающий значение 1, если $v \in V^a$, и 0 – если $v \in V^p$, $\bar{u}^v \in U^v$, $v \in V$; $\bar{f}^v(\bar{\phi}^v(\bar{w}^s, \bar{u}^s, \delta), s \in K(v))$ – вектор-функция, которая определяет входные характеристики элемента v по выходным характеристикам всех элементов, непосредственно предшествующих элементу v , $v \in V$; $\phi^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v)$ – функция, определяющая затраты, которые понесет система, если

для элемента v будут применены заданные допустимые управления $\bar{u}^v$, $v \in V^a$.

Обозначим через $\bar{q}^v$ заданные значения характеристик для входного элемента v , $v \in V^{bx}$, а через $\bar{g}^v$ – заданные значения характеристик для выходного элемента v , $v \in V^{bvx}$, $\bar{q}^v \in R^{|I|}$, $\bar{g}^v \in R^{|I|}$. Из всех введенных обозначений варьируемыми параметрами являются векторы $\bar{w}^v$, $v \in V$ и $\bar{u}^v$, $\bar{u}^v \in U^v$, $v \in V^a$.

Математическая модель рассматриваемой системы включает в себя следующие ограничения:

$$W_i^v \leq w_i^v \leq Q_i^v, i \in I, v \in V; \quad (1)$$

$$H_i^v \leq \phi_i^v(w_i^v, \bar{u}^v, 0) \leq S_i^v, i \in I, v \in V^p; \quad (2)$$

$$H_i^v \leq \phi_i^v(w_i^v, \bar{u}^v, 1) \leq S_i^v, i \in I, v \in V^a; \quad (3)$$

$$\bar{w}^v = \bar{q}^v, v \in V^{bx}; \quad (4)$$

$$\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v, 0) = \bar{g}^v, v \in (V^{bvx} \cap V^p); \quad (5)$$

$$\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v, 1) = \bar{g}^v, v \in (V^{bvx} \cap V^a); \quad (6)$$

$$\bar{w}^v = \bar{f}^v(\bar{\phi}^v(\bar{w}^s, \bar{u}^s, 0), s \in K(v)), v \in (V^a \setminus V^{bx}); \quad (7)$$

$$\bar{w}^v = \bar{f}^v(\bar{\phi}^v(\bar{w}^s, \bar{u}^s, 1), s \in K(v)), v \in (V^a \setminus V^{bx}). \quad (8)$$

Здесь условия (1) определяют ограничения характеристик на входах элементов; условия (2) и (3) – на выходах соответственно пассивных и активных элементов; условия (4) согласуют характеристики для входных элементов; условия (5) и (6) согласуют характеристики соответственно для пассивных и активных выходных элементов; условия (7) и (8) определяют условия баланса между входами и выходами соответственно пассивных и активных элементов.

Задача оптимизации работы иерархических систем с активными и пассивными элементами заключается в определении таких управлений активными элементами, при которых согласование заданных значений параметров элементов V^{bx} и V^{bvx} выполнялось бы с минимальными затратами. Формально критерий в указанной задаче запишется следующим образом:

$$\sum_{v \in V^a} \phi^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v) \rightarrow \min. \quad (9)$$

Задача (1)–(9) при условии, что введенные функции произвольные, относится к классу NP, что обуславливает поиск приближенных методов ее решения, в качестве одного из которых предлагается алгоритм фронтального «протягивания» ресурсов через элементы системы [7].

Алгоритм представляет собой стратегию фронтального протягивания характеристик от входных элементов системы до ее выходных элементов с учетом налагаемых на характеристики интервальных ограничений математической модели (1)–(8).

Алгоритм позволяет определять квазиоптимальные режимы функционирования иерархической системы с активными элементами, для которых находятся управления с оценкой получаемого решения по суммарным потребляемым затратам мощности на работу активных элементов.

Содержательно алгоритм фронтального протягивания основывается на последовательном «продвижении» характеристик системы, заданных на ее входных элементах, через все элементы системы к выходным элементам. В рамках каждого отдельного элемента протягивание заключается в преобразовании характеристик на его входе в характеристики на выходе при помощи функции $\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v, \delta)$ элемента $v \in V$, сопровождающемся проверкой на удовлетворение заданным диапазонам допустимых значений. При выходе значений протягиваемых характеристик за пределы заданных диапазонов выполняется их корректировка, сводящаяся к дихотомическому поиску управлений, обеспечивающих допустимые значения характеристик, либо к возврату на предыдущие элементы теплофикационной установки для выполнения аналогичных операций.

Протягивание выполняется последовательно за конечное количество шагов, на каждом из которых рассматривается преобразование распределяемого ресурса только в тех элементах системы, которые отстоят на одно и то же число уровней от входных элементов (они составляют «фронт протягивания» на текущем шаге).

В случае, когда на текущем шаге фронта рассматривается несколько элементов, имеющих один общий предшествующий элемент на предыдущем шаге фронта, выходные характеристики указанного (предшествующего) элемента распределяются между текущими элементами равномерно. В случае нарушения характеристиками одного или нескольких элементов текущей группы своих интервальных ограничений для данных элементов определяются предельно допустимые режимы, а соответствующие неувязки характеристик распределяются равномерно между остальными элементами текущей группы, для которых характеристики не находятся на границе допустимых интервалов. В случае получения в рамках указанной группы новых элементов с выходом значений характеристик за пределы допустимых интервалов описанная процедура циклически повторяется.

Алгоритм циклически повторяется для всех элементов иерархической системы с учетом возможного применения процедуры дихотомии по интервалам допустимых управлений элементов V^{ex} при условии, что для каждого элемента системы v , $v \in V^a$, величина затрат на их функционирование $\bar{\phi}^v(\bar{w}^v, \bar{u}^v)$ является непрерывной, монотонно возрастающей функцией, определенной на непрерывной области допустимых управлений элемента.

Рассмотрим конкретизацию построенной математической модели (1)–(8) на случай фрагмента системы теплоснабжения – теплофикационной установки ТЭЦ или повысительной насосной станции.

Пусть теплофикационная установка рассматривается как иерархическая система с активными и пассивными элементами. В теплофикационных установках ТЭЦ пар на выходе из турбины конденсируется, отдавая тепло сетевой воде. Со стороны сетевой воды элементами теплофикационных установок также являются трубопроводы входных и выходных коллекторов сетевой воды, трубки подогревателей сетевой воды, всасывающие и напорные трубопроводы насосных агрегатов, запорная арматура и насосы.

В случае рассмотрения теплоснабжающей системы как иерархической структуры, описываемой графом $G = (V, A)$, основными характеристиками будем считать давление и массовый расход теплоносителя. Такой подход основывается на предположении, что необходимый температурный режим сетевой воды в сети обеспечивается теплотой отборов пара и регулирующей арматурой теплофикационной установки ТЭЦ [6]. Таким образом, температура сетевой воды не рассматривается в качестве характеристики режима системы теплоснабжения. Очевидно, что количество характеристик системы в указанном случае $|I| = 2$.

Примерами активных и пассивных элементов для случая фрагментов системы теплоснабжения выступают трубопровод сетевой воды без отводов и насос сетевой воды соответственно. Взаимная зависимость совокупности элементов задается введенным выше оргграфом $G = (V, A)$. Для каждого элемента иерархической структуры теплофикационной установки следует определить допустимые режимы его работы. «Обобщенный» элемент описывается как некий «черный ящик», задав для которого набор значений параметров на входе (расход сетевой воды, давление), на выходе «ящика», в зависимости от допустимого режима его работы, можно получить значения параметров этого набора, а также «затраты», связанные с преобразованиями характеристик, которые осуществляются элементом.

В качестве граничных условий для входных элементов теплофикационной установки или повысительной насосной станции сети теплоснабжения задаются массовый расход теплоносителя и его давление. Те же параметры задаются на выходе теплофикационной установки.

Математическая модель работы фрагмента теплоснабжающей сети представляет собой систему соотношений, связывающих параметры распределяемой сетевой воды на

входе каждого «обобщенного» элемента с соответствующими параметрами на его выходе. В качестве параметров сетевой воды рассматриваются ее расход и давление, а в качестве элементов – насосные установки и соединяющие их трубопроводы. Соотношения математической модели представляют собой запись законов сохранения массы и количества движения несжимаемой жидкости для элементов сети, а также регламентированные интервальные ограничения на значения расходов и давлений сетевой воды в указанных элементах.

Рассматриваемая математическая модель теплофикационной установки или повысительной насосной станции будет иметь следующий вид [7]:

$$J_v^{Bvix} = J_v^{Bx} - J_v^{leak}, \quad v \in V^p, \quad (10)$$

где J_v^{Bvix} – расход сетевой воды на выходе участка трубопровода, определяемый расходом на его входе за вычетом утечек;

$$P_v^{Bvix} = P_v^{Bx} - J_v^{Bx2} A + B \Delta h_v, \quad v \in V^p, \quad (11)$$

где P_v^{Bvix} – давление сетевой воды на выходе трубопровода, определяемое давлением на его входе, расходом на его входе, гидравлическим сопротивлением и перепадом высот на его концах;

ограничения на давление сетевой воды на входе трубопровода

$$P_{\min v}^{Bx} \leq P_v^{Bx} \leq P_{\max v}^{Bx}, \quad v \in V^p; \quad (12)$$

ограничения на расход сетевой воды на входе трубопровода

$$0 \leq J_v^{Bx} \leq J_{\max}^{Bx}(P_{\max v}^{Bx}), \quad v \in V^p; \quad (13)$$

заданный диапазон допустимых рабочих значений давления сетевой воды на выходе участка трубопровода

$$P_{\min v}^{Bvix} \leq P_v^{Bvix} \leq P_{\max v}^{Bvix}, \quad v \in V^p; \quad (14)$$

ограничения на расход сетевой воды на выходе участка трубопровода

$$0 \leq J_v^{Bvix} \leq J_{\max}^{Bvix}(P_{\max v}^{Bvix}), \quad v \in V^p; \quad (15)$$

граничные условия на входном коллекторе теплофикационной установки или насосной станции

$$\bar{q}^v = (P_v^{inl}, J_v^{inl}), \quad v \in V^{Bx}; \quad (16)$$

граничные условия на выходном коллекторе теплофикационной установки или насосной станции

$$\bar{g}^v = (P_v^{out}, J_v^{out}), \quad v \in (V^{Bvix} \cap V^p); \quad (17)$$

расход сетевой воды на выходе насоса, определяемый расходом на его входе

$$J_v^{Bvix} = J_v^{Bx}, \quad v \in V^a; \quad (18)$$

давление сетевой воды на выходе насоса, определяемое давлением на его входе, характеристической зависимостью насоса и его режимом работы

$$P_v^{Bvix}(P_v^{Bx}, J_v^{Bx}, u^v) = P_v^{Bx} + \rho g H_v^* \left(\frac{J_v^{Bx} n^*}{\rho u^v} \right) \left(\frac{u^v}{n^*} \right)^2,$$

$$v \in V^a, \quad u^v \in U^v; \quad (19)$$

ограничения на давление сетевой воды на входе насоса теплофикационной установки или насосной станции

$$P_{\min v}^{Bx} \leq P_v^{Bx} \leq P_{\max v}^{Bx}, \quad v \in V^a; \quad (20)$$

ограничения на расход сетевой воды на входе насоса теплофикационной установки или насосной станции

$$J_{\min v}^{Bx} \leq J_v^{Bx} \leq J_{\max v}^{Bx}, \quad v \in V^a; \quad (21)$$

ограничения на давление сетевой воды на выходе насоса теплофикационной установки или насосной станции

$$P_{\min v}^{Bvix} \leq P_v^{Bvix}(P_v^{Bx}, J_v^{Bx}, u^v) \leq P_{\max v}^{Bvix}, \quad v \in V^a; \quad (22)$$

ограничения на расход сетевой воды на выходе насоса теплофикационной установки или насосной станции

$$J_{\min v}^{Bvix} \leq J_v^{Bvix} \leq J_{\max v}^{Bvix}, \quad v \in V^a; \quad (23)$$

расход сетевой воды на входе элемента теплофикационной установки, равный сумме расходов для всех элементов теплофикационной установки или насосной станции, непосредственно предшествующих элементу v , $v \in V$,

$$J_v^{Bx} = \sum_{j \in K(v)} J_j^{v Bvix}, \quad v \in V; \quad (24)$$

давление на входе элемента теплофикационной установки, равное давлению сетевой воды на выходе для всех элементов теплофикационной установки или насосной станции, непосредственно предшествующих элементу v , $v \in V$,

$$P_v^{Bx} = P_j^{v Bvix}, \quad j \in K(v), \quad v \in V. \quad (25)$$

Здесь P_v^{Bx}, J_v^{Bx} – значения давления и расхода сетевой воды на входе элемента v соответственно, $v \in V$; J_v^{leak} – значения массового расхода утечки сетевой воды в элементе v , $v \in V^p$; P_v^{Bvix}, J_v^{Bvix} – значения давления и расхода сетевой воды на выходе элемента v соответственно, $v \in V$; $J_{\min v}^{Bx}, J_{\max v}^{Bx}$ – минимально и максимально допустимые значения расхода сетевой воды на входе элемента теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V$; $J_{\min v}^{Bvix}, J_{\max v}^{Bvix}$ – минимально и максимально допустимые значения расхода сетевой воды на выходе элемента теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V$; $P_{\min v}^{Bx}, P_{\max v}^{Bx}$ – минимально и максимально допустимые значения давления сетевой воды на входе элемента теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V$; $P_{\min v}^{Bvix}, P_{\max v}^{Bvix}$ – минимально и максимально допустимые значения давления се-

тевой воды на выходе элемента теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V$; P_v^{inl}, J_v^{inl} – соответственно значения давления и расхода сетевой воды перед входным коллектором теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V^{Bx}$; P_v^{out}, J_v^{out} – соответственно значения давления и расхода сетевой воды после выходного коллектора теплофикационной установки или насосной станции, $v \in V^{Bx}$; $J_j^{v Bx}$, $P_j^{v Bx}$ – соответственно значения расхода и давления сетевой воды на выходе из элемента v , $v \in V$, $j \in K(v)$; A – параметр, зависящий от типоразмера трубопровода сетевой воды, его длины, шероховатости и массовой плотности сетевой воды; B – параметр, зависящий от ускорения свободного падения и массовой плотности сетевой воды; Δh_v – перепад высот на торцах трубопровода сетевой воды; g – ускорение силы тяжести; ρ – массовая плотность сетевой воды при рабочей температуре; $H_v^*(G)$, $v \in V^a$ – номинальная характеристика насоса [8]; n^* – номинальная частота вращения рабочего колеса насоса; G – «подача» насоса при номинальной частоте вращения рабочего колеса [8].

Отметим, что управления u^v для активных насосных элементов v , $v \in V^a$, в системе отопления (рабочие частоты вращения рабочих колес насосов) образуют в совокупности вектор управляющих параметров $\bar{u}^v$, $v \in V^a$, которые и являются варьируемыми во введенной математической модели.

Мерой затрат на функционирование активных элементов отопительной системы может служить потребляемая мощность. Для случая центробежных насосов сетевой воды в теплофикационных установках ТЭЦ мощность выражается следующей функцией [8]:

$$N_v(P_v^{Bx}, J_v^{Bx}, u^v) = \frac{J_v^{Bx}(P_v^{Bx} - P_v^{Bx})}{\eta\left(\frac{J_v^{Bx}}{\rho}\right) \rho}, \quad v \in V^a, \quad (26)$$

где $\eta(G)$ – номинальная характеристика насоса, представляющая собой зависимость его КПД от подачи G при номинальной скорости вращения рабочего колеса. Подача насоса G имеет смысл объемного расхода и измеряется в соответствующих единицах.

Задачу минимизации затрат на функционирование теплофикационной установки ТЭЦ можно свести к задаче минимизации суммарной мощности, потребляемой на валах электроприводов насосных установок, при соблюдении условий (10)–(26), что можно формализовать следующим образом:

$$\sum_{v \in V^a} N_v(P_v^{Bx}, J_v^{Bx}, u^v) \rightarrow \min. \quad (27)$$

Для каждой насосной теплофикационной установки ТЭЦ требуется определить значения

частот вращения валов насосов таким образом, чтобы суммарные затраты всех обобщенных элементов были минимальны.

Поставленная таким образом задача поиска оптимальных по затратам режимов теплофикационной установки относится к классу NP-трудных, и для ее решения при количестве насосных установок, превышающем 4–6, с помощью представленного выше алгоритма потребуются существенные затраты вычислительных ресурсов. Такое решение может быть выполнено в приемлемых временных рамках только на высокопроизводительных вычислительных машинах. Вместе с тем в рамках проектирования энергетических объектов важно иметь возможность выполнения расчетных оценок по определению оптимальных режимов теплофикационных установок ТЭЦ или повысительных насосных станций тепловых сетей на персональных ЭВМ.

Является возможным видоизменение постановки вышеуказанной оптимизационной задачи (10)–(27) таким образом, чтобы для нее мог быть найден алгоритм, позволяющий получить решение за приемлемое время [9]. В рамках такой постановки все насосы считаются подключенными к входным и выходным коллекторам станции по параллельной схеме идеальными трубопроводами, не имеющими распределенных и сосредоточенных гидравлических сопротивлений. К такой эквивалентной структуре может быть преобразована схема любой теплофикационной установки или повысительной насосной станции сетей теплоснабжения посредством пересчета характеристик насосов.

В рассматриваемой постановке в качестве критерия рассматривается нелинейная функциональная зависимость (26), связывающая потребляемую насосами мощность с подачей перекачиваемой сетевой воды, при условии, что все прочие параметры, такие как требуемый напор в абонентской сети и плотность сетевой воды, фиксированы.

Ниже, как и в [9], указанная нелинейная зависимость аппроксимируется посредством конечного числа кусочно-линейных участков, при этом весь интервал аппроксимации по подаче насосов разбивается на n подынтервалов с равномерным шагом и заменой на каждом из данных интервалов исходной зависимости линейной функцией.

Множество всех насосов разобьем на подмножества, которые будем называть «группами», предполагая, что каждая группа содержит насосы с близкими или совпадающими характеристиками. Пусть $i = \overline{1, m}$ – номера групп насосов станции, $j = \overline{1, n}$ – номера подынтервалов, на которые дискретизированы возможные значения подачи воды для

всех групп насосов. Через m_i^- и m_i^+ обозначим соответственно минимально возможное и максимально допустимое число насосов i -й группы, которые могут быть задействованы, $i = \overline{1, m}$; Q_{ij}^- и Q_{ij}^+ – соответственно минимально возможный и максимально допустимый объемы подачи сетевой воды, которые могут быть обеспечены i -м насосом, если его производительность будет соответствовать j -му интервалу, $0 \leq Q_{ij}^- \leq Q_{ij}^+$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$; a_{ij} и b_{ij} – коэффициенты линейной функции, определяющей зависимость потребляемой мощности насоса i от его подачи при функционировании в рамках подынтервала j допустимых объемов подач, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$; $Q_v^{\text{Бвх}}$ – плановый объемный расход сетевой воды, который должна обеспечить станция в выходном коллекторе или в абонентской сети (подача).

Введем варьируемые переменные. Обозначим через x_i – количество насосных агрегатов i -й группы, которые будут работать на насосной станции в планируемом периоде, $i = \overline{1, m}$; y_i – объем подачи воды, который будет обеспечен насосным агрегатом i -й группы, $i = \overline{1, m}$; если насосный агрегат i -й группы будет работать в j -м интервале допустимых объемов подач, то $z_{ij} = 1$; в противном случае $z_{ij} = 0$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$.

Тогда математическая модель теплофикационной установки или насосной станции включает следующие соотношения:

- плановый расход сетевой воды для станции

$$\sum_{i=1}^m x_i y_i = Q_v^{\text{Бвх}}; \quad (28)$$

- ограничения по возможному количеству используемых насосов

$$m_i^- \leq x_i \leq m_i^+, \quad i = \overline{1, m}; \quad (29)$$

- ограничения на возможные подачи воды для каждого насоса станции

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} Q_{ij}^- \leq y_i \leq \sum_{j=1}^n z_{ij} Q_{ij}^+, \quad i = \overline{1, m}; \quad (30)$$

- один «рабочий» интервал производительности по объему подачи сетевой воды для каждого насоса

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad (31)$$

- естественные условия на переменные

$$x_i - \text{целые}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (32)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (33)$$

Критерием для рассматриваемой задачи минимизации затрат на функционирование участка системы отопления является

$$F(\vec{x}, \vec{y}, Z) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} y_i + b_{ij}) z_{ij} x_i \rightarrow \min, \quad (34)$$

где суммарная мощность, потребляемая при работе всех насосов станции, должна иметь минимальное значение.

Решение поставленной задачи (28)–(34) определяет, какие насосы и с какими объемами подачи сетевой воды должны работать на теплофикационной установке или повысительной станции сети теплоснабжения. Задача является нелинейной задачей частично-целочисленного математического программирования и по-прежнему относится к классу NP-трудных. Анализ значений параметров промышленных объектов, на которых эксплуатируются компрессорные и насосные агрегаты, показал, что для решения таких задач, учитывая современное состояние средств вычислительной техники, можно находить точные решения, используя приведенную ниже переборную схему [10].

Для получения решения поставленной задачи необходимо проверить на совмест-

ность $N = 2^m \cdot n^m \cdot \prod_{i=1}^m (m_i^+ - m_i^- + 1)$ наборов и из

совместных выбрать тот, на котором достигается минимальное значение критерия (34). Пусть $k_1, k_2, \dots, k_m$ – произвольный допустимый набор, где k_i – количество насосов i -й группы, которые будут использованы в рассматриваемом периоде функционирования повысительной насосной станции или теплофикационной установки ТЭЦ, $i = \overline{1, m}$. Тогда для указанного набора решаем следующую задачу:

$$\sum_{i=1}^m k_i y_i = Q_v^{\text{Бвх}};$$

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} Q_{ij}^- \leq y_i \leq \sum_{j=1}^n z_{ij} Q_{ij}^+, \quad i = \overline{1, m};$$

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, m};$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n};$$

$$F(\vec{y}, Z) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} y_i + b_{ij}) z_{ij} k_i \rightarrow \min.$$

Эту задачу предлагается решать перебором всевозможных наборов значений $z_{ij} \in \{0, 1\}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. Количество таких различных наборов будет равно n^m .

Таким образом, необходимо решить n^m задач линейного программирования с номерами $s = 1, 2, \dots, n^m$, следующего вида:

$$\sum_{i=1}^m k_i y_i = Q_v^{\text{Бвх}};$$

$$Q_{ij}^- \leq y_i \leq Q_{ij}^+, \quad i = \overline{1, m};$$

$$F(\vec{y}) = \left(\sum_{i=1}^m a_{ij_s} y_i + b_{j_s} \right) k_i \rightarrow \min.$$

Для решения каждой такой задачи достаточно рассмотреть $2m$ точек, «подозрительных» на допустимость, каждую точку проверить на допустимость, подставив значения координат

точки в уравнение неразрывности $\sum_{i=1}^m k_i y_i = Q^{\text{Вых}}$,

и среди допустимых точек найти точку с минимальным значением критерия.

Рассмотрим конкретный пример, параметры которого соответствуют повысительной насосной станции, предназначенной для подачи воды в закрытую абонентскую сеть микрорайона. С учетом графика суточного оборота сетевой воды станция должна обеспечивать в напорном водоводе максимальный расчетный расход $1700 \text{ м}^3/\text{ч}$ и повысить напор потока в абонентской сети с $5,0$ до $41,6$ м. Для функционирования в машинном зале предусмотрено 5 электроприводных насосов, при этом три насоса имеют тип Д 500-36, а оставшиеся два насоса – тип Д 320-50. Требуется найти такие режимы работы насосов, при которых указанные параметры производительности и напора сетевой воды на выходе станции обеспечивались бы с минимальными затратами мощности. Схема соединения насосов приведена на рис. 1.

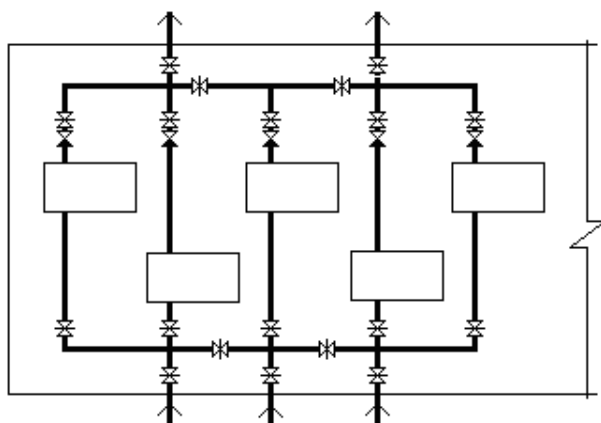


Рис. 1. Схема соединения насосов повысительной насосной станции

Необходимые зависимости потребляемой электроприводами центробежных насосов мощности от объема подачи $a_i y_i + b_{ij}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, определяются при заданном уровне напора насосов путем пересчета их стандартных характеристик для различных частот вращения рабочих колес по зависимостям теории подобия. Полученные таким образом зависимости мощности от объема подачи для насосов Д 500-36 и Д 320-50 показаны на рис. 2 и 3 соответственно. На графических зависимостях также отмечены диапазоны допустимых интервалов расходов для заданного выходного напора.

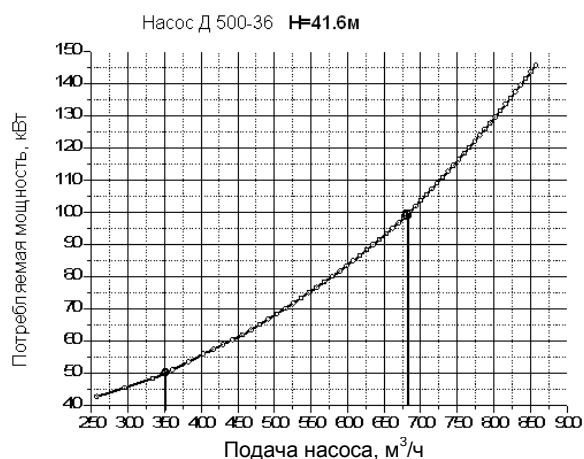


Рис. 2. Зависимость мощности от объема подачи сетевой воды для насоса Д 500-36 при выходном напоре $41,6$ м

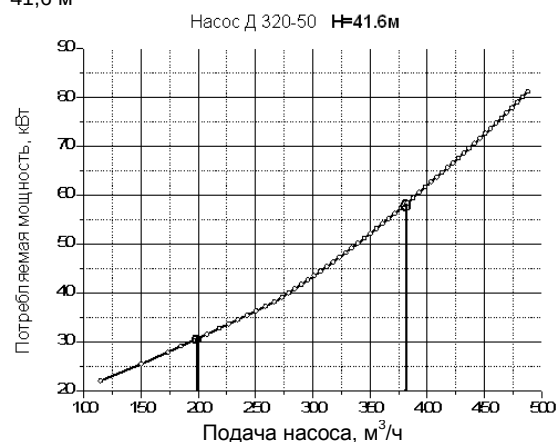


Рис. 3. Зависимость мощности от объема подачи сетевой воды для насоса Д 320-50 при выходном напоре $41,6$ м

Число интервалов для диапазона расходов обоих насосов принимаем $n = 30$. Ограничения по возможному количеству использованных насосов для каждой группы, согласно исходным данным, следующие: $m_1^- = 0$, $m_2^- = 0$, $m_1^+ = 3$, $m_2^+ = 3$.

Количество наборов, определяющих различные допустимые варианты работы насосов повысительной станции, будет равно

$\prod_{i=1}^m (m_i^+ - m_i^- + 1) = 12$. Эти наборы следующие:

0-0, 0-1, 0-2
1-0, 1-1, 1-2
2-0, 2-1, 2-2
3-0, 3-1, 3-2.

Число различных наборов значений z_{ij} будет $n^m = 30^2 = 900$. То есть для решения задачи необходимо проверить на совместность $N = 43200$ наборов.

Для поставленной задачи было получено следующее оптимальное решение:

- количество работающих насосов типа Д 500-36 равно 3; количество работающих насосов типа Д 320-50 равно 1;

- подача каждого насоса Д 500-36 равна 475,54 м³/ч; подача каждого насоса Д 320-50 – 273,39 м³/ч;

- частота вращения рабочих колес насосов Д 500-36 составляет 1008,20 об/мин, а частота вращения рабочих колес насосов Д 320-50 – 1311,30 об/мин;

- мощность, потребляемая каждым насосом Д 500-36, равна 64,40 кВт, а мощность, потребляемая каждым насосом Д 320-50, – 39,04 кВт;

- суммарная мощность, потребляемая насосами станции водоснабжения, равна 232,23 кВт.

Решение приведенной выше задачи на персональной ЭВМ можно получить за время, не превышающее 10 с. Тем не менее при большем количестве интервалов дискретизации характеристик время расчетов может существенно возрасти. Ввиду этого алгоритм, использованный для решения задачи, был адаптирован для применения параллельной вычислительной среды. Для программной реализации указанного алгоритма на языке C++ в среде Visual Studio 2008 был использован стандартный интерфейс MPI.

Апробирование работы алгоритма, предназначенного для применения параллельной вычислительной среды, проводилось на примере вышеописанной задачи оптимизации работы повысительной насосной станции при количестве интервалов дискретизации характеристик $n = 4700$ на персональной ЭВМ с 8-ядерным процессором Intel Core(TM) i7-2600K 3,40ГГц, ОЗУ 8,00 ГБ. Результаты представлены на рис. 4 в виде зависимости времени нахождения оптимального решения от числа потоков.

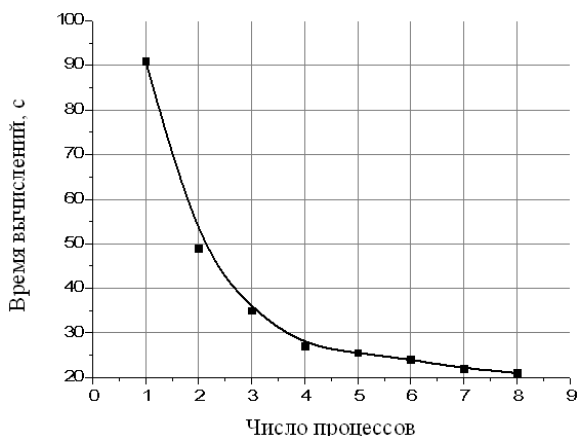


Рис. 4. Зависимость времени поиска оптимального решения от количества вычислительных потоков

Анализ результатов выполненных вычислительных экспериментов показывает, что применение параллельного счета для указанного типа задач существенно увеличивает эффективность вычислений при числе процессов ≤ 4 . При этом эффективность параллельного алгоритма составляет не менее 0,81.

Заключение

Таким образом, предложенный подход позволяет выполнять решение задач поиска оптимальных режимов для теплофикационных установок ТЭЦ или повысительных насосных станций сетей теплоснабжения, на которых функционируют электроприводные насосы, соединенные по параллельной схеме. Предложенный алгоритм решения указанного класса задач позволяет получать решение за приемлемое время на персональных ЭВМ или высокопроизводительных кластерных системах с распределенной памятью.

Предлагаемый алгоритм решения задач оптимизационных режимов для теплофикационных установок ТЭЦ и насосных станций может быть распространен также и на другие виды станций, такие как насосные станции систем водоснабжения и водоотведения.

Практическое применение разработанных алгоритмов поиска оптимальных режимов теплофикационных установок и повысительных насосных станций позволит осуществлять экономию энергетических ресурсов для фрагментов сетей теплоснабжения как на этапе их проектирования, так и при эксплуатации.

Работа поддержана грантом (соглашение от 27 августа 2013г. № 02.В.49.21.0003 между МОН РФ и ННГУ).

Список литературы

1. **Сеннова Е.В., Сидлер В.Г.** Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд. – 222 с.
2. **Киселев В.В.** Разработка автоматизированных методов повышения безопасности и надежности трубопроводов энергообъектов и оптимизация режимов их работы: дис. ... канд. техн. наук: 05.26.03; 05.14.01: защищ. 10.06.04: утв. 10.09.04. – Саров, 2004. – 167 с.
3. **Садовский С.И., Шаварин В.Н.** Энергосбережение на основе регулируемого электропривода: проблемы и решения // Промышленная энергетика. – 2004. – № 9. – С. 2–9.
4. **Методические рекомендации и типовые программы энергетических обследований систем коммунального энергоснабжения.** Утв. приказом Госстроя России от 10.06.2003 № 22. – М., 2005.
5. **Прилуцкий М.Х., Дикарев К.И.** Распределение ресурсов в иерархических системах с активными элементами // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2012. – № 5(2). – С. 181–189.
6. **Соколов Е.Я.** Теплофикация и тепловые сети: учебник для вузов – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
7. **Дикарев К.И., Фотин С.В., Фотина Н.В.** Оптимизация режимов функционирования систем водяного отопления // Альтернативная энергетика и экология. – Саров: НТЦ «ТАТА», 2013. – № 6(1). – С. 30–36.
8. **Кривченко Г.И.** Гидравлические машины: Турбины и насосы: учебник для гидротехнических специальностей вузов. – М.: Энергия, 1978. – 320 с.
9. **Костюков В.Е., Прилуцкий М.Х.** Распределение ресурсов в иерархических системах. Оптимизационные задачи добычи, транспорта газа и переработки га-

зового конденсата: учеб. пособие. – Н.Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2010. – 78 с.

References

1. Sennova, E.V., Sidler, V.G. *Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya razvivayushchikhsya teplosnabzhayushchikh sistem* [Mathematical simulation and optimization of developing heat-supplying systems]. Novosibirsk, Nauka, 1987. 222 p.
2. Kiselev, V.V. *Razrabotka avtomatizirovannykh metodov povysheniya bezopasnosti i nadezhnosti truboprovodov energoob"ektov i optimizatsiya rezhimov ikh raboty*. Diss. kand. tekhn. nauk [Developing of automated methods of safety and reliability increasing for power plant pipelines and optimization of their operation modes. Cand. tech. sci. diss.]. Sarov, 2004. 167 p.
3. Sadovskiy, S.I., Shavarin, V.N. *Energoberezhenie na osnove reguliruemogo elektroprivoda: problemy i resheniya* [Energy saving on the basis of adjustable electric drives: problems and solutions]. *Promyshlennaya energetika*, 2004, no. 9, pp. 2–9.
4. *Metodicheskie rekomendatsii i tipovye programmy energeticheskikh obsledovaniy sistem kommunalnogo energosnabzheniya* [Methodological recommendations and typical schedules of municipal power supply system energy inspections. Approved by order No. 22 of the Russian State Committee for Construction on June 10, 2003]. Moscow, 2005.

Прилуцкий Михаил Хаимович,

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой информатики и автоматизации научных исследований факультета ВМК,
телефон (831) 465-97-26.

Дикарев Константин Игоревич,

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
аспирант,
e-mail: dicar@rambler.ru

5. Prilutskiy, M.Kh., Dikarev, K.I. *Raspredelenie resursov v ierarkhicheskikh sistemakh s aktivnymi elementami* [Resources allocation inside hierarchical systems containing active components]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta imeni N.I. Lobachevskogo*, 2012, no. 5(2), pp. 181–189.

6. Sokolov, E.Ya. *Teplofikatsiya i teplovye seti* [District heating and heat networks]. Moscow, Izdatel'stvo MEI, 2001. 472 p.

7. Dikarev, K.I., Fotin, S.V., Fotina, N.V. *Optimizatsiya rezhimov funktsionirovaniya sistem vodyanogo otopleniya* [Optimization of hot-water heating system operation modes]. *Alternativnaya energetika i ekologiya*, 2013, no. 6(1), pp. 30–36.

8. Krivchenko, G.I. *Gidravlicheskie mashiny: Turbiny i nasosy* [Hydraulic machines: turbines and pumps]. Moscow, Energiya, 1978. 320 p.

9. Kostyukov, V.E., Prilutskiy, M.Kh. *Raspredelenie resursov v ierarkhicheskikh sistemakh. Optimizatsionnye zadachi dobychi, transporta gaza i pererabotki gazovogo kondensata* [Resources allocation inside hierarchical systems. The optimization problems of gas transport and gas condensate processing]. Nizhniy Novgorod, Izdatel'stvo Nizhegorodskogo universiteta, 2010. 78 p.